

## Verteilungen berechnen

Spickzettel   Aufgaben   Lösungen **PLUS**

Wenn  $A$  die gegebene Übergangsmatrix zu einem Prozess ist und dir eine zugehörige Startverteilung durch den Verteilungsvektor  $\vec{v}_0$  gegeben ist, kannst du die **Verteilung** nach  $t$  Zeitschritten mit folgender Formel berechnen:

$$\vec{v}_t = A \cdot \vec{v}_{t-1} = A^t \cdot \vec{v}_0$$

Entsprechend der Reihenfolge der verschiedenen Zustände in der Übergangsmatrix, gibt der erste Eintrag des Verteilungsvektors z.B. die Anzahl der Individuen im ersten Stadium, der zweite Eintrag die der Individuen im zweiten Stadium usw. an.

### Beispiel

Zum 01.01.2002 wurde in der EU die Euro-Münze in Umlauf gebracht. Für die dann entstandenen „Münzwanderung pro Jahr“ zwischen den Gebieten Deutschland (D), Frankreich (F) und sonstigen Länder (S) sollte sich die jährlichen Wanderungsanteile gemäß der folgenden Übergangsmatrix verhalten:

$$\begin{array}{l} \text{von:} \\ \text{nach:} \end{array} \begin{array}{c} D \\ F \\ S \end{array} \begin{array}{ccc} D & F & S \\ M = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,06 & 0,15 \\ 0,06 & 0,9 & 0,05 \\ 0,06 & 0,04 & 0,8 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ermittle die prozentuale Verteilung der „deutschen“ Münzen auf die drei Gebiete (D, F, S) zum 01.01.2003 und 01.01.2004. Gehe davon aus, dass sich am 01.01.2002 **100%** der Münzen in Deutschland befinden.

$$\begin{pmatrix} 0,88 & 0,06 & 0,15 \\ 0,06 & 0,9 & 0,05 \\ 0,06 & 0,04 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 88 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Nach einem Jahr befinden sich **88%** der deutschen Münzen in D, **6%** in F und **6%** in S.

$$\begin{pmatrix} 0,88 & 0,06 & 0,15 \\ 0,06 & 0,9 & 0,05 \\ 0,06 & 0,04 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 88 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78,7 \\ 10,98 \\ 10,32 \end{pmatrix}$$

Nach zwei Jahren befinden sich **78,7%** der deutschen Münzen in D, **10,98%** in F und **10,32%** in S.